

۱ راکتی که به طور عمودی روبه بالا شلیک شده، t ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت مقابل است.

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

الف) چقدر طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟

ب) ارتفاع نقطه اوج را بیابید.

پ) چند ثانیه پس از پرتاب، راکت به زمین بازمی‌گردد؟

پاسخ:

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

الف) $t_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{100}{2(-5)} = \frac{100}{10} \rightarrow t_{\max} = 10$ ثانیه

ب) ارتفاع اوج $= h(10) = 100(10) - 5(10)^2 = 1000 - 500 \rightarrow h_{\max} = 500$ متر

پ) $h(t) = 0 \rightarrow 100t - 5t^2 = 0 \rightarrow 5t(20 - t) = 0$

$$\begin{cases} t = 0 \rightarrow \text{زمان شروع پرتاب} \\ t = 20 \rightarrow \text{زمان بازگشت به زمین} \end{cases} \quad t = 20 \text{ ثانیه}$$

۲ تعیین کنید کدام یک از سهمی‌های زیر ماکزیمم و کدام یک مینیمم دارند. سپس مقدار ماکزیمم یا مینیمم هریک را مشخص کنید.

الف) $g(x) = -(x+1)^2 + 3$

ب) $h(x) = x^2 - 4x + 9$

پاسخ:

الف) $g(x) = -(x+1)^2 + 3$

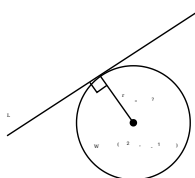
$g(x) = -(x^2 + 2x + 1) + 3 \rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 2 \rightarrow a = -1$

$a < 0 \rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-2)^2 - 4(-1)(2)}{4(-1)} = -\frac{12}{-4} \rightarrow y_{\max} = 3$

ب) $h(x) = x^2 - 4x + 9 \rightarrow a = 1$

$a > 0 \rightarrow y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-4)^2 - 4(1)(9)}{4(1)} = -\frac{-20}{4} \rightarrow y_{\min} = 5$

۳ خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید.



پاسخ: خط مماس بر دایره بر شعاع گذرنده از نقطه تماس عمود است، پس داریم:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(2) - 4(-1) + 0|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} \rightarrow R = 2$$

۴ علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجله ادبی ۱۶ صفحه‌ای منتشر می‌کند. پس از حروف چینی مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی جمله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش حدود یک ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از جمله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟ پاسخ:

$$\text{زمان ویرایش دو نفر} = 1 \frac{20}{60} = 1 \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{زمان ویرایش رضا} = x$$

سرعت ویرایش دو نفر = سرعت ویرایش رضا + سرعت ویرایش علی →

$$\frac{16}{2} + \frac{16}{x} = \frac{16}{\frac{4}{3}} \rightarrow 8 + \frac{16}{x} = 12 \rightarrow \frac{16}{x} = 4 \rightarrow \boxed{x = 4} \text{ ساعت}$$

۵ استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که:

الف - مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد.

ب - مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

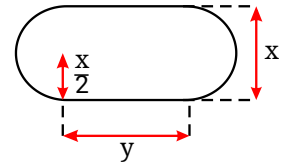
پاسخ:

$P =$ محیط استادیوم

$$P = 2y + \pi x \rightarrow 2y + \pi x = 1500 \rightarrow 2y = -\pi x + 1500$$

$$\rightarrow y = \frac{-\pi x}{2} + 750$$

$$S_1 = xy = x\left(\frac{-\pi x}{2} + 750\right) = -\frac{\pi}{2}x^2 + 750x, \quad a < 0$$



$$x_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{750}{2\left(-\frac{\pi}{2}\right)} \Rightarrow \boxed{x_{\max} = \frac{750}{\pi} \approx 238.85}$$

$$y_{\max} = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{750}{\pi}\right) + 750 = -375 + 750 \rightarrow \boxed{y_{\max} = 375}$$

$$S_2 = \text{مساحت استادیوم} = xy + \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = x\left(\frac{-\pi x}{2} + 750\right) + \pi\frac{x^2}{4}$$

$$\rightarrow S_2 = -\frac{\pi x^2}{2} + 750x + \frac{\pi x^2}{4} \rightarrow S_2 = -\frac{\pi x^2}{4} + 750x, \quad a < 0$$

$$\rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{750}{2\left(-\frac{\pi}{4}\right)} \rightarrow \boxed{x_{\max} = \frac{1500}{\pi} \approx 477.70}$$

$$y_{\max} = -\frac{\pi}{4}\left(\frac{1500}{\pi}\right) + 750 \rightarrow y_{\max} = -375 + 750 \rightarrow \boxed{y_{\max} = 375}$$

۶ دو نقطه $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید. فاصله مبداء مختصات را از وسط پاره خط AB بدست آورید.

پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \rightarrow x_M = 12 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 - 13}{2} \rightarrow y_M = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow M(12, -5)$$

$$OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \rightarrow OM = 13$$

۷ دو عدد حقیقی بیابید که مجموع آنها $1.5 -$ و حاصل ضربشان $7 -$ باشد.

پاسخ:

$$\left. \begin{aligned} S = -1,5, P = -7 \\ x^2 - Sx + P = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow x^2 - (-1,5)x - 7 = 0 \rightarrow x^2 + 1,5x - 7 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (1,5)^2 - 4(1)(-7) = 2,25 + 28 = 30,25$$

$$\rightarrow x = \frac{-1,5 \pm \sqrt{30,25}}{2} = \frac{-1,5 \pm 5,5}{2} \rightarrow \begin{cases} x = -3,5 \\ x = 2 \end{cases}$$

۸ معادله‌های مقابل را حل کنید.

الف) $2x^2 - 7x^2 - 4 = 0$

ب) $x^2 + 3x^2 + 2 = 0$

پاسخ:

الف) $2x^2 - 7x^2 - 4 = 0$

$x^2 = u \rightarrow x^2 = u^2$

$\rightarrow 2u^2 - 7u - 4 = 0 \rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4(2)(-4) = 49 + 32 = 81$

$$\rightarrow u = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} \rightarrow \begin{cases} u = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2, x = -2 \\ u = -\frac{1}{2} \rightarrow x^2 = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

ب) $x^2 + 3x^2 + 2 = 0$

$x^2 = u \rightarrow x^2 = u^2$

$\rightarrow u^2 + 3u + 2 = 0 \rightarrow (u + 2)(u + 1) = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} u + 2 = 0 \rightarrow u = -2 \rightarrow x^2 = -2 \text{ ریشه حقیقی ندارد} \\ u + 1 = 0 \rightarrow u = -1 \rightarrow x^2 = -1 \text{ ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

۹ خط L به معادله $2y - 3x = 1$ و خط T با عرض از مبدأ 5 به معادله $y = mx + 5$ را در نظر بگیرید.

 الف - m ، را طوری بیابید که خط T با خط L موازی باشد.

 ب - به ازای چه مقداری از m ، دو خط بر یکدیگر عمودند؟

پاسخ:

$2y - 3x = 1 \rightarrow 2y = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow m' = \frac{3}{2}$

الف) دو خط موازی $\rightarrow m = m' \rightarrow m = \frac{3}{2}$

ب) دو خط عمود $\rightarrow m \cdot m' = -1 \rightarrow m = \frac{-1}{m} \rightarrow m = -\frac{2}{3}$

۱۰ فاصله نقطه $P(7, -4)$ را از هر یک از خطوط با معادله‌های زیر بدست آورید.

الف) $L : 2x + y = 5$

ب) $T : x = 5$

پ) $\Delta : y = 0$

پاسخ:

الف) $L : 2x + y = 5 \rightarrow 2x + y - 5 = 0$



$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(7) + 1(-4) - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \rightarrow d = \sqrt{5}$$

$$\text{ب) } T: x = 5 \rightarrow x - 5 = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1(7) + 0(-4) - 5|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{2}{1} \rightarrow d = 2$$

$$\text{پ) } \Delta: y = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|0 \times 7 + 1(-4) + 0|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{4}{1} \rightarrow d = 4$$

۱۱ نقاط $A(2, 0)$ ، $B(5, 4)$ و $C(-2, 3)$ را در نظر بگیرید:

الف - محیط مثلث ABC را بدست آورید.

ب - ABC چه نوع مثلثی است؟

پ - مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

پاسخ:

الف)

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 5)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} \rightarrow AB = 5$$

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} \rightarrow AC = 5$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$$

$$\rightarrow BC = 5\sqrt{2}$$

$$\Delta_{ABC} \text{ محیط } P = AB + AC + BC = 5 + 5 + 5\sqrt{2} \rightarrow P = 10 + 5\sqrt{2}$$

ب)

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0 - 4}{2 - 5} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \\ m_{AC} &= \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{0 - 3}{2 - (-2)} = \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} m_{AB} \cdot m_{AC} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = -1$$

$$\rightarrow AB \perp AC \rightarrow \hat{A} = 90 \rightarrow \Delta_{ABC} = \text{قائم الزاویه متساوی الساقین}$$

$$\text{پ) } S_{\Delta_{ABC}} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{5 \times 5}{2} \rightarrow S_{\Delta_{ABC}} = 12,5$$

۱۲ اگر یک شیء از بالای ساختمانی به ارتفاع ۵۰ متر سقوط آزاد کند، پس از t ثانیه در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار خواهد داشت؛ به طوری

$$t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}} \text{ که}$$

این جسم، دو ثانیه پس از سقوط در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین قرار دارد؟

پاسخ:

$$t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}} \xrightarrow{t=2} 2 = \sqrt{10 - \frac{h}{5}} \xrightarrow{\text{می‌رسانیم}} 4 = 10 - \frac{h}{5}$$

$$\rightarrow \frac{h}{5} = 10 - 4 \rightarrow \boxed{h = 30m}$$



۱۳ الف - عدد صحیحی بیابید که تفاضل آن از جذرش برابر نصف آن عدد باشد، مسئله چند جواب دارد؟
ب - عدد صحیحی بیابید که تفاضل جذرش از آن عدد برابر نصف آن عدد باشد، مسئله چند جواب دارد؟

پاسخ:

$$\text{الف) } \sqrt{x} - x = \frac{x}{2} \rightarrow \sqrt{x} = x + \frac{x}{2} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{3x}{2} \rightarrow x = \frac{9x^2}{4}$$

$$\rightarrow 4x = 9x^2 \rightarrow 9x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(9x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{9} \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

$$\text{ب) } x - \sqrt{x} = \frac{x}{2} \rightarrow x - \frac{x}{2} = \sqrt{x} \rightarrow \frac{x}{2} = \sqrt{x} \rightarrow \frac{x^2}{4} = x$$

$$\rightarrow x^2 = 4x \rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

۱۴ معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } x^6 - 8x^3 + 8 = 0$$

$$\text{ب) } 4x^6 + 1 = 5x^3$$

پاسخ:

$$\text{الف) } x^6 - 8x^3 + 8 = 0$$

$$x^3 = u \rightarrow x^6 = u^2$$

$$u^2 - 8u + 8 = 0 \rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4(1)(8) = 64 - 32 = 32$$

$$\rightarrow u = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{2}}{2} \rightarrow u = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u = 4 + 2\sqrt{2} \rightarrow x^3 = 4 + 2\sqrt{2} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{2}} \\ x = -\sqrt[3]{4 + 2\sqrt{2}} \end{cases} \\ u = 4 - 2\sqrt{2} \rightarrow x^3 = 4 - 2\sqrt{2} \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}} \\ x = -\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{ب) } 4x^6 + 1 = 5x^3 \rightarrow 4x^6 - 5x^3 + 1 = 0, \quad x^3 = u \rightarrow x^6 = u^2$$

$$4u^2 - 5u + 1 = 0 \rightarrow (4u - 1)(u - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 4u - 1 = 0 \rightarrow u = \frac{1}{4} \rightarrow x^3 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \\ u - 1 = 0 \rightarrow u = 1 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۱۵ یکی از اضلاع مربعی بر خط $L: y = 2x - 1$ واقع است. اگر $A(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن را بدست آورید.

پاسخ: فاصله هر رأس مربع از ضلع مقابل برابر طول مربع است پس فاصله نقطه A از خط L برابر طول ضلع مربع است.

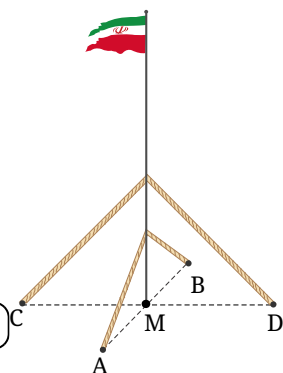
$$y = 2x - 1 \rightarrow 2x - y - 1 = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(3) - 1(0) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \rightarrow d = \sqrt{5}$$

$$S = (\sqrt{5})^2 \rightarrow S = 5$$

مساحت مربع

۱۶ یک میله پرچم، مطابق شکل توسط کابل‌هایی به چهار نقطه $A(-3, -2)$ و $B(5, 2)$ و $C(0, 1)$ و D در زمین محکم شده است، به طوری که فاصله هر یک از چهار نقطه تا پای میله برابر است با فاصله نقطه مقابل آن تا پای میله، مختصات نقطه D را بدست آورید.



پاسخ:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow M(1, 0)$$

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_D}{2} \\ y_M = \frac{y_C + y_D}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{0 + x_D}{2} \rightarrow x_D = 2 \\ 0 = \frac{1 + y_D}{2} \rightarrow y_D = -1 \end{cases} \rightarrow D(2, -1)$$

۱۷ نقاط $A(2, 3)$ و $B(-1, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس از مستطیل $ABCD$ هستند. مختصات رأس چهارم مستطیل را بیابید.

پاسخ:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 + 1 = -1 + x_D \\ 3 - 2 = 0 + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 1 \end{cases} \rightarrow D(4, 1)$$

۱۸ نشان دهید مثلث با رأس‌های $A(1, 2)$ و $B(2, 5)$ و $C(4, 1)$ یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است.

پاسخ:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 2)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{1 + 9} \rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{9 + 1} \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{4 + 16} \rightarrow BC = \sqrt{20}$$

$$AB = AC, \quad AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow \triangle ABC = \text{متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه}$$

۱۹ وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

$$L: 2x - y = 1 \quad T: y = 2x - 3 \quad \Delta: x + 2y = 0$$

پاسخ:

$$L: 2x - 1 = y \rightarrow y = 2x - 1 \rightarrow m_L = 2$$

$$T: y = 2x - 3 \rightarrow m_T = 2$$

$$\Delta: x + 2y = 0 \rightarrow 2y = -x \rightarrow y = -\frac{1}{2}x \rightarrow m_\Delta = -\frac{1}{2}$$

$$m_L = m_T \rightarrow L \text{ و } T \text{ موازی هستند}$$

$$m_L \cdot m_\Delta = -1 \rightarrow L \text{ و } \Delta \text{ عمود بر هم هستند}$$

$$m_T \cdot m_\Delta = -1 \rightarrow T \text{ و } \Delta \text{ عمود بر هم هستند}$$



۲۰ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ و $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ باشند.

پاسخ:

$$S = \alpha + \beta = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 3 \rightarrow S = 3$$

$$P = \alpha \cdot \beta = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \cdot \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{9 - 5}{4} \rightarrow P = 1$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

۲۱ طول جغرافیایی تبریز تقریباً ۴۶ درجه شرقی و عرض جغرافیایی آن حدود ۳۸ درجه شمالی است. برای راحتی، می‌توانیم موقعیت این شهر را به‌طور خلاصه، به صورت (۳۸، ۴۶) نشان دهیم. این اطلاعات دربارهٔ چابهار به صورت (۲۵، ۶۱) است. با فرض اینکه مسافت فیزیکی هر درجه طول جغرافیایی همانند مسافت فیزیکی هر درجه عرض جغرافیایی برابر ۱۱۰ کیلومتر باشد، مطلوب است محاسبهٔ فاصلهٔ تقریبی این دو شهر.

پاسخ:

تبریز $A(46, 38)$ و چابهار $B(61, 25)$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(46 - 61)^2 + (38 - 25)^2} = \sqrt{225 + 169}$$

$$\rightarrow AB = \sqrt{394} \rightarrow AB \approx 19,85$$

$$\rightarrow \text{فاصله تبریز تا چابهار} \approx 19,85 \times 110 \approx 2183,5 km$$

۲۲ مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را بدست آورید.

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

پاسخ:

چون $a < 0$ ، بنابراین تابع دارای ماکزیمم است و مینیمم ندارد. $a = -2 \rightarrow$

$$a < 0 \rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(8)^2 - 4(-2)(-5)}{4(-2)} = -\frac{64 - 40}{-8} = -\frac{24}{-8} \rightarrow \boxed{y_{\max} = 3}$$

چون $a > 0$ ، بنابراین تابع دارای مینیمم است و ماکزیمم ندارد. $a = 3 \rightarrow$

$$a > 0 \rightarrow y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{6^2 - 4(3)(5)}{4(3)} = -\frac{36 - 60}{12} = -\frac{-24}{12} \rightarrow \boxed{y_{\min} = 2}$$

۲۳ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ باشد.

پاسخ:

$$S = \alpha + \beta = 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 2 \rightarrow \boxed{S = 2}$$

$$P = \alpha \cdot \beta = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1 \rightarrow \boxed{P = -1}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow \boxed{x^2 - 2x - 1 = 0}$$

۲۴ دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌های نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند.

الف - اندازهٔ شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.

ب - آیا نقطهٔ $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟

پاسخ:

$$\text{الف) } AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$$

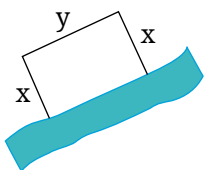
$$\rightarrow AB = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}, \quad AB = 2R \rightarrow 2\sqrt{13} = 2R \rightarrow R = \sqrt{13}$$

$$\left. \begin{aligned} x_O &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+6}{2} = 4 \\ y_O &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow O(4, 1) \text{ مرکز دایره}$$

$$\text{ب) } OC = \sqrt{(x_O - x_C)^2 + (y_O - y_C)^2} = \sqrt{(4 - 7)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$OC = \sqrt{13} \rightarrow OC = R \rightarrow \text{نقطه } C \text{ روی محیط دایره قرار دارد}$$

۲۵ قرار است در کنار یک رودخانه، محوطه‌ای مستطیل شکل ایجاد کنیم. برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده‌کشی شود. اگر تنها هزینه نصب ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن گردد.



پاسخ:

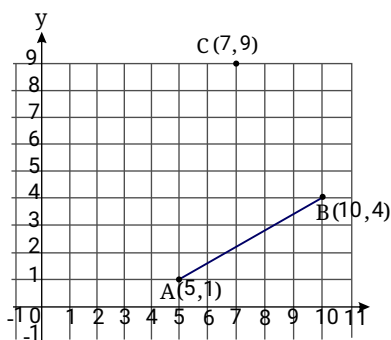
$$2x + y = 100 \rightarrow y = 100 - 2x$$

$$\text{مساحت مستطیل } f(x) = x \cdot y = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$$

$$\rightarrow f(x) = -2x^2 + 100x \rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{100}{2(-2)} \rightarrow x_{\max} = 25, \quad y_{\max} = 50$$

$$\rightarrow \text{بیشترین مساحت } S_{\max} = 1250$$

۲۶ مربع $ABCD$ در ناحیه اول صفحه مختصات واقع است، به طوری که $A(5, 1)$ و $B(10, 4)$ دو رأس مجاور آن هستند. الف - شیب ضلع AB را بنویسید.



ب - شیب ضلع AD را حساب کنید و معادله این ضلع را بنویسید.

پ - اگر بدانیم نقطه $C(7, 9)$ رأس سوم مربع است، مختصات رأس D را بیابید.

ت) مربع را به طور کامل رسم کنید.

پاسخ:

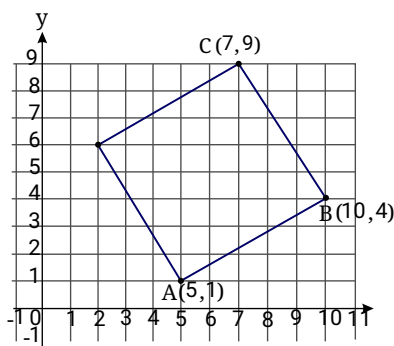
$$\text{الف) } m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 - 4}{5 - 10} = \frac{-3}{-5} \rightarrow m_{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ب) } AB \perp AD \rightarrow m_{AD} \cdot m_{AB} = -1 \rightarrow m_{AD} = \frac{-1}{m_{AB}} = \frac{-1}{\frac{3}{5}} \rightarrow m_{AD} = -\frac{5}{3}$$

پ) مربع نوعی از متوازی‌الاضلاع است و داریم:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 + 7 = 10 + x_D \\ 1 + 9 = 4 + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 6 \end{cases} \rightarrow D(2, 6)$$

ت)



۲۷ الف - نقطه $N(5, -4)$ وسط پاره خط واصل بین دو نقطه A و $B(7, -2)$ است. مختصات نقطه A را بیابید.

ب - قرینه نقطه $C(1, 2)$ نسبت به نقطه $M(-1, 4)$ را بدست آورید.

پاسخ:

الف)

$$\left. \begin{aligned} x_N &= \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow 5 = \frac{x_A + 7}{2} \rightarrow 10 = x_A + 7 \rightarrow x_A = 3 \\ y_N &= \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow -4 = \frac{y_A - 2}{2} \rightarrow -8 = y_A - 2 \rightarrow y_A = -6 \end{aligned} \right\} \rightarrow A(3, -6)$$

ب) قرینه نقطه C نسبت به نقطه M نقطه D است، بطوری که M وسط پاره خط DC است.

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_C + x_D}{2} \rightarrow -1 = \frac{1 + x_D}{2} \rightarrow -2 = 1 + x_D \rightarrow x_D = -3 \\ y_M &= \frac{y_C + y_D}{2} \rightarrow 4 = \frac{2 + y_D}{2} \rightarrow 8 = 2 + y_D \rightarrow y_D = 6 \end{aligned} \right\} \rightarrow D(-3, 6)$$

۲۸ مثلث با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 1)$ و $C(7, 11)$ را در نظر بگیرید.

الف - مختصات M ، نقطه وسط ضلع BC را مشخص کنید.

ب - طول میانه AM را محاسبه کنید.

پ - معادله میانه AM را بدست آورید.

پاسخ:

$$\text{الف) } \left\{ \begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + 7}{2} \rightarrow x_M = 5 \\ y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1 + 11}{2} \rightarrow y_M = 6 \end{aligned} \right. \rightarrow M(5, 6)$$

$$\text{ب) } AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(1 - 5)^2 + (9 - 6)^2} = \sqrt{16 + 9} \rightarrow AM = 5$$

$$\text{پ) } m_{AM} = \frac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \frac{9 - 6}{1 - 5} = \frac{3}{-4}$$

$$\rightarrow y - y_A = m_{AM}(x - x_A) \rightarrow y - 9 = -\frac{3}{4}(x - 1) \rightarrow y - 9 = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} + 9 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{39}{4}$$

۲۹ نشان دهید دو خط با معادلات $5x - 12y + 8 = 0$ و $10x + 24y + 10 = 0$ با یکدیگر موازی‌اند.

ب - فاصله این دو خط را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\text{الف) } \begin{cases} 5x - 12y + 8 = 0 \rightarrow 5x + 8 = 12y \rightarrow y = \frac{5}{12}x + \frac{8}{12} \rightarrow m_1 = \frac{5}{12} \\ -10x + 24y + 10 = 0 \rightarrow 24y = 10x - 10 \rightarrow y = \frac{5}{12}x - \frac{5}{12} \rightarrow m_2 = \frac{5}{12} \end{cases}$$

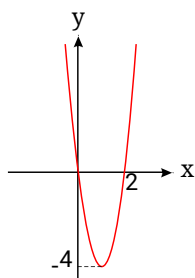
 دو خط با هم موازیند $m_1 = m_2$

$$\text{ب) } L_1: 5x - 12y + 8 = 0 \quad L_2: 5x - 12y - 5 = 0$$

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|8 - (-5)|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{13}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{13}{\sqrt{169}} = \frac{13}{13} \rightarrow d = 1$$

۳۰ معادله سهمی‌های زیر را بنویسید.

پاسخ:

الف


پاسخ:

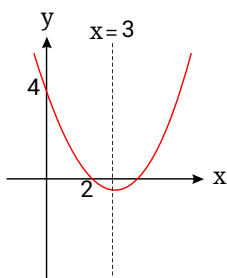
$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(2) = 0 \\ y_{\min} = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = 0 \\ a(2)^2 + b(2) + c = 0 \\ -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 4a + 2b = 0 \\ \frac{-b^2 + 4a(0)}{4a} = -4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ -b^2 = -16a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = -2a \\ b^2 = 16a \rightarrow (-2a)^2 = 16a \rightarrow 4a^2 = 16a \end{cases}$$

$$\rightarrow 4a^2 - 16a = 0 \rightarrow 4a(a - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \rightarrow b = -8 \end{cases} \quad \text{غ}$$

$$\rightarrow \boxed{f(x) = 4x^2 - 8x}$$

ب


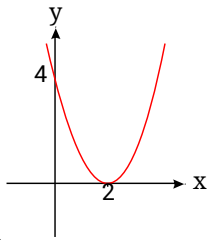
پاسخ:

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(0) = 4 \\ f(2) = 0 \\ \frac{-b}{2a} = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = 4 \\ a(2)^2 + b(2) + c = 0 \\ -b = 6a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + 4 = 0 \\ b = -6a \end{cases}$$

$$\rightarrow 4a + 2(-6a) + 4 = 0 \rightarrow 4a - 12a + 4 = 0 \rightarrow -8a + 4 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$, \quad \boxed{b = -3} \rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4}$$



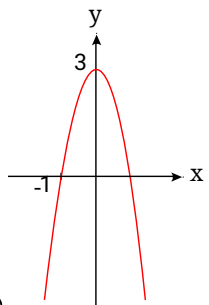
پ

پاسخ:

$$f(x) = a(x - x_0)^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ f(0) = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(x) = a(x - 2)^2 \\ 4 = a(0 - 2)^2 \rightarrow 4 = 4a \rightarrow \boxed{a = 1} \end{cases}$$

$$\rightarrow f(x) = 1(x - 2)^2 \rightarrow \boxed{f(x) = x^2 - 4x + 4}$$



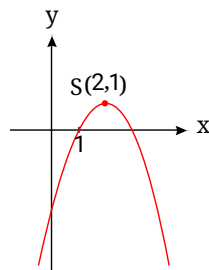
ت

پاسخ:

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(-1) = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = 3 \\ a(-1)^2 + b(-1) + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boxed{c = 3} \\ a + 3 = 0 \rightarrow \boxed{a = -3} \\ \boxed{b = 0} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{f(x) = -3x^2 + 3}$$



ث

پاسخ:

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

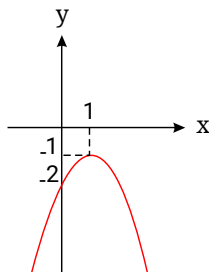
$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 1 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a(1)^2 + b(1) + c = 0 \\ a(2)^2 + b(2) + c = 1 \\ -b = 4a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ b = -4a \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a - 4a + c = 0 \\ 4a + 2(-4a) + c = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3a + c = 0 \\ -4a + c = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3a + c = 0 \\ 4a - c = -1 \end{cases} +$$

$$\boxed{a = -1} \rightarrow \boxed{c = -3} \rightarrow \boxed{b = 4}$$

$$\rightarrow f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

ج



پاسخ:

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(0) = -2 \\ f(1) = -1 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = -2 \\ a(1)^2 + b(1) + c = -1 \\ -b = 2a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ a + b - 2 = -1 \\ b = -2a \end{cases}$$

$$\rightarrow a + (-2a) = 1 \rightarrow -a = 1 \rightarrow a = -1, b = 2$$

$$\rightarrow f(x) = -x^2 + 2x - 2$$

۳۱ هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

پاسخ:

الف

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5$$

پاسخ:

$$\rightarrow \text{کامم مخرجها} = x(x-2) \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow x(x-2) \times \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{5}{1} \right] \rightarrow (x-2) + x = 5x(x-2)$$

$$\rightarrow 2x - 2 = 5x^2 - 10x \rightarrow 5x^2 - 12x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = (-12)^2 - 4(5)(2) = 144 - 40 = 104$$

$$\rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{104}}{2(5)} = \frac{12 \pm 2\sqrt{26}}{10} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{6 + \sqrt{26}}{5} \\ x = \frac{6 - \sqrt{26}}{5} \end{cases}$$

ب

$$\frac{10}{r} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3r} - 5$$

پاسخ:

$$\frac{10}{r} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3r} - 5 \rightarrow \text{کامم مخرجها} = 6r \rightarrow r \neq 0$$

$$6r \times \left[\frac{10}{r} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3r} - \frac{5}{1} \right] \rightarrow 60 - 45r = 40 - 30r \rightarrow 60 - 40 = 45r - 30r$$



$$\rightarrow 20 = 15r \rightarrow r = \frac{4}{3}$$

ب

$$\frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3}$$

پاسخ:

$$\frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3} \rightarrow \text{مخرج ها} = (x-3)(x+4) \begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -4 \end{cases}$$

$$\rightarrow (x-3)(x+4) \times \left[\frac{2x}{(x-3)} + \frac{(x+1)}{(x+4)} = \frac{(x-1)}{(x-3)} \right]$$

$$\rightarrow 2x(x+4) + (x-3)(x+1) = (x+4)(x-1)$$

$$\rightarrow 2x^2 + 8x + x^2 - 2x - 3 = x^2 + 3x - 4$$

$$\rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 3^2 - 4(2)(1) = 9 - 8 = 1$$

$$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2(2)} \rightarrow x = \frac{-3 \pm 1}{4} \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

ت

$$\sqrt{t+4} = 3$$

پاسخ:

$$\sqrt{t+4} = 3 \rightarrow (\sqrt{t+4})^2 = (3)^2$$

$$\rightarrow t+4 = 9 \rightarrow t = 5$$

ث

$$k = \sqrt{6k-8}$$

پاسخ:

$$k = \sqrt{6k-8} \rightarrow (k)^2 = (\sqrt{6k-8})^2$$

$$\rightarrow k^2 = 6k-8 \rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0 \rightarrow (k-2)(k-4) = 0 \begin{cases} k-2 = 0 \rightarrow k = 2 \\ k-4 = 0 \rightarrow k = 4 \end{cases}$$

ج

$$x + \sqrt{x} = 6$$

پاسخ:

$$x + \sqrt{x} = 6 \rightarrow \sqrt{x} = 6 - x$$

$$\rightarrow (\sqrt{x})^2 = (6-x)^2 \rightarrow x = 36 - 12x + x^2 \rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$\rightarrow (x-4)(x-9) = 0 \begin{cases} x-4 = 0 \rightarrow x=4 \\ x-9 = 0 \rightarrow x=9 \end{cases}$$

غیرقابل قبول

ج

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \rightarrow \sqrt{x+1} - 1 &= \sqrt{2x-5} \rightarrow (\sqrt{x+1} - 1)^2 = (\sqrt{2x-5})^2 \\ \rightarrow x+1 - 2\sqrt{x+1} + 1 &= 2x-5 \rightarrow x+2 - 2x+5 = 2\sqrt{x+1} \\ \rightarrow -x+7 &= 2\sqrt{x+1} \rightarrow (-x+7)^2 = (2\sqrt{x+1})^2 \\ \rightarrow x^2 - 14x + 49 &= 4(x+1) \rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \\ \rightarrow (x-3)(x-15) &= 0 \begin{cases} x-3 = 0 \rightarrow x=3 \\ x-15 = 0 \rightarrow x=15 \end{cases} \end{aligned}$$

غیرقابل قبول

ح

$$\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}} = 2$$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \rightarrow (\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}})^2 &= 2^2 \rightarrow m + 2\sqrt{m}(\frac{1}{\sqrt{m}}) + \frac{1}{m} = 4 \\ \rightarrow m + 2 + \frac{1}{m} &= 4 \rightarrow m - 2 + \frac{1}{m} = 0 \rightarrow \frac{m^2 - 2m + 1}{m} = 0 \\ \rightarrow m^2 - 2m + 1 &= 0 \rightarrow (m-1)^2 = 0 \rightarrow m-1 = 0 \rightarrow m=1 \end{aligned}$$

۳۲ معادلات زیر را حل کنید.

پاسخ:

الف

$$\frac{3}{x^2} - 12 = 0$$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x^2} - 12 = 0 &\rightarrow \frac{3}{x^2} - \frac{12}{1} = 0 \\ \text{مخرجها} &= x^2 \rightarrow x \neq 0 \rightarrow x^2 \times \left[\frac{3}{x^2} - \frac{12}{1} = 0 \right] \rightarrow 3 - 12x^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - 2x &= 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \rightarrow 3(1 - 4x^2) &= 0 \rightarrow 3(1 - 2x)(1 + 2x) = 0 \begin{cases} 1 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ 1 + 2x = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

ب

$$\frac{2}{k} - \frac{3k}{k+2} = \frac{k}{k^2 + 2k}$$

پاسخ:

$$\rightarrow \frac{2}{k} - \frac{3k}{k+2} = \frac{k}{k(k+2)} \rightarrow \text{مخرجها} = k(k+2) \begin{cases} k \neq 0 \\ k \neq -2 \end{cases}$$

$$\rightarrow k(k+2) \times \left[\frac{2}{k} - \frac{3k}{k+2} = \frac{k}{k(k+2)} \right]$$

$$\rightarrow 2(k+2) - 3k^2 = k \rightarrow 2k + 4 - 3k^2 = k \rightarrow 3k^2 - k - 4 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(3)(-4) = 1 + 48 = 49$$

$$\rightarrow k = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2(3)} = \frac{1 \pm 7}{6} \begin{cases} k = \frac{4}{3} \\ k = -1 \end{cases}$$

پ

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}$$

پاسخ:

$$\rightarrow \frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{-12}{(x-3)(x+3)} \rightarrow \text{مخرجها} = x(x-3)(x+3) \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$\rightarrow x(x-3)(x+3) \times \left[\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{-12}{(x-3)(x+3)} \right]$$

$$\rightarrow 3(x-3)(x+3) - 2x(x+3) = -12x$$

$$\rightarrow 3x^2 - 27 - 2x^2 - 6x = -12x \rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(x+9) = 0 \begin{cases} x-3=0 \rightarrow x=3 \text{ غیر قابل قبول} \\ x+9=0 \rightarrow x=-9 \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

۳۳ معادلات زیر را حل کنید.

پاسخ:

الف

$$2\sqrt{2t-1} - t = 1$$

پاسخ:

$$2\sqrt{2t-1} - t = 1 \rightarrow 2\sqrt{2t-1} = t+1$$

$$\rightarrow (2\sqrt{2t-1})^2 = (t+1)^2 \rightarrow 4(2t-1) = (t+1)^2$$

$$\rightarrow 8t - 4 = t^2 + 2t + 1 \rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \rightarrow (t-1)(t-5) = 0$$



$$\rightarrow t - 1 = 0 \rightarrow \boxed{t = 1}, \quad t - 5 = 0 \rightarrow \boxed{t = 5}$$

ب

$$2x = 1 - \sqrt{2 - x}$$

پاسخ:

$$2x = 1 - \sqrt{2 - x} \rightarrow \sqrt{2 - x} = 1 - 2x$$

$$\rightarrow 2 - x = (1 - 2x)^2 \rightarrow 2 - x = 1 - 4x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(4)(-1) = 9 + 16 = 25 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{8} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

پ

$$\sqrt{x + 7} = \sqrt{x} + 1$$

پاسخ:

$$\sqrt{x + 7} = \sqrt{x} + 1 \rightarrow (\sqrt{x + 7})^2 = (\sqrt{x} + 1)^2 \rightarrow x + 7 = x + 2\sqrt{x} + 1$$

$$\rightarrow 6 = 2\sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9$$

ت

$$\frac{1}{\sqrt{u - 3}} - \frac{2}{\sqrt{u}} = 0$$

پاسخ:

$$\frac{1}{\sqrt{u - 3}} - \frac{2}{\sqrt{u}} = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{u - 3}} = \frac{2}{\sqrt{u}}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{u - 3}}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{u}}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{u - 3} = \frac{4}{u} \rightarrow u = 4(u - 3) \rightarrow u = 4u - 12$$

$$\rightarrow 12 = 3u \rightarrow u = 4$$

ث

$$2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x$$

پاسخ:

$$\rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2 \rightarrow (\sqrt{2x^2 - 5x + 2})^2 = (x - 2)^2$$

$$\rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \begin{cases} \nearrow x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \\ \searrow x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \quad \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$$